

ÉPREUVE PRÉPARATOIRE

2^e

Janvier 2005

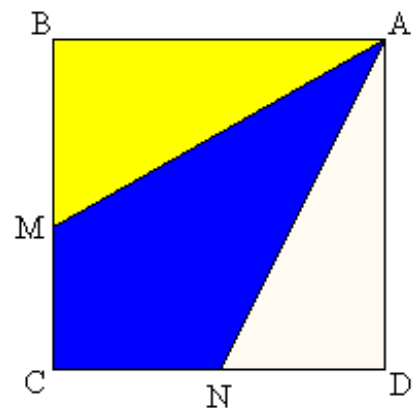
Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Exercice n°1

5 points

UN Puits POUR TROIS

Trois frères ont hérité d'un champ carré qu'ils veulent se partager comme indiqué sur la figure parce qu'un point d'eau se trouve en A.
Où placer le point M sur le segment [BC] et le point N sur le segment [CD] pour que les superficies des trois parcelles soient égales ?
Comparer les périmètres des trois parcelles obtenues.



Exercice n°2

8 points

AVANT 1789...

Compléter (sur la feuille réponse)

$$\begin{aligned}1 &= 1 \\1 + 2 &= \\1 + 2 + 3 &= \\1 + 2 + 3 + 4 &= \\1 + 2 + 3 + 4 + 5 &= \\&.....\end{aligned}$$

et ainsi de suite jusqu'à

$$\begin{aligned}1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 18 + 19 + 20 &= \\1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 18 + 19 + 20 + 21 &= \end{aligned}$$

Quel est le chiffre des unités de la somme $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 1787 + 1788 + 1789$?
Quels sont les chiffres des unités possibles des sommes de ce type ?

Exercice n°3

5 points

UN NOMBRE TENACE

1°. Choisir trois chiffres distincts.

Calculer leur somme s .

Écrire les six nombres possibles que l'on peut obtenir en permutant ces trois chiffres.

Calculer la somme S de ces six nombres.

Calculer le quotient de S par s .

2°. Recommencer deux fois avec trois autres chiffres. Que remarque-t-on ?

3°. Démontrer le résultat conjecturé à la deuxième question.

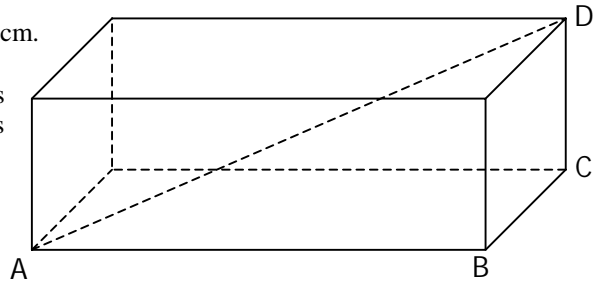
Exercice n°4

12 points

DES CARRÉS, EN SOMME

1°. Les arêtes du pavé droit ci-contre mesurent 2 cm, 3 cm et 6 cm.
Quelle est la mesure de la diagonale [AD] ?

2°. Déterminer tous les cas pour lesquels les trois dimensions d'un pavé droit et la diagonale ont pour mesure en cm des entiers inférieurs à 20.

**Exercice n°5**

5 points

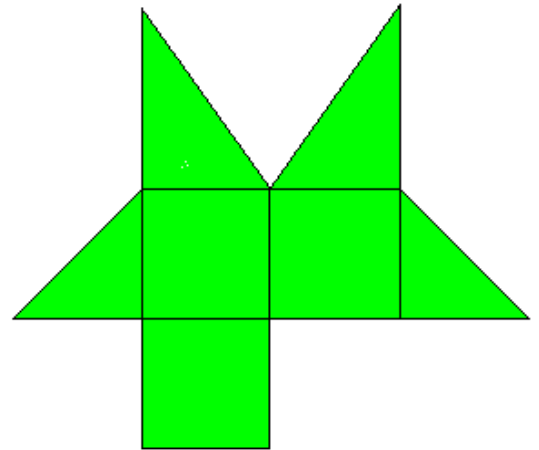
EMPREINTE

La figure ci-contre est le patron d'un solide S qui comporte 7 faces, les unes sont des carrés de 5 cm de côté et les autres des triangles rectangles.

On veut compléter le solide S par un solide P afin d'obtenir un cube.

Réaliser le patron du solide P en vraie grandeur et le coller sur la feuille réponse par une de ses faces.

(d'après Maths sans Frontières)

**Exercice n°6**

5 points

À CÔTÉ DE LA PLAQUE !

On veut découper une plaque carrée de côté x afin de former deux carrés de même aire en assemblant tous les morceaux.

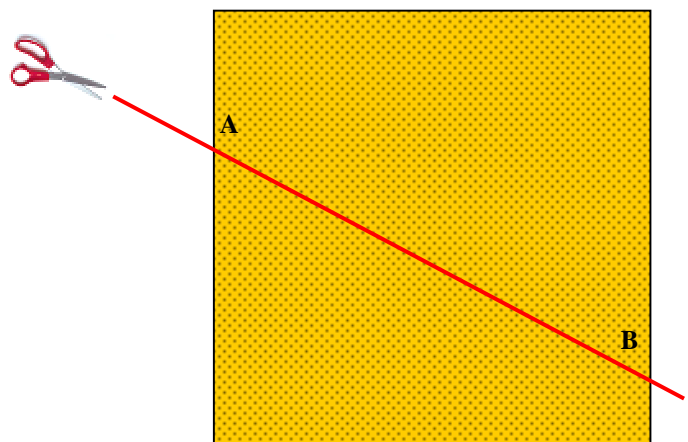
1° Calculer, en fonction de x , la longueur du côté de chacun des deux carrés obtenus.

2° Dessiner, sur la feuille réponse, un carré de 5 cm de côté et y faire apparaître des traits de découpe qui permettent de former deux carrés de même aire.

Réaliser cette découpe sur un carré de 5 cm de côté et coller sur la feuille réponse les deux petits carrés obtenus.

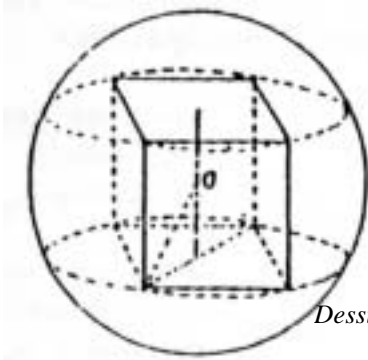
3° Recommencer le même travail avec une autre découpe.

4° Recommencer le même travail avec le carré dessiné ci-contre où le premier segment de découpe est [AB].



Exercice n°7

5 points

L'UN DANS L'AUTRE

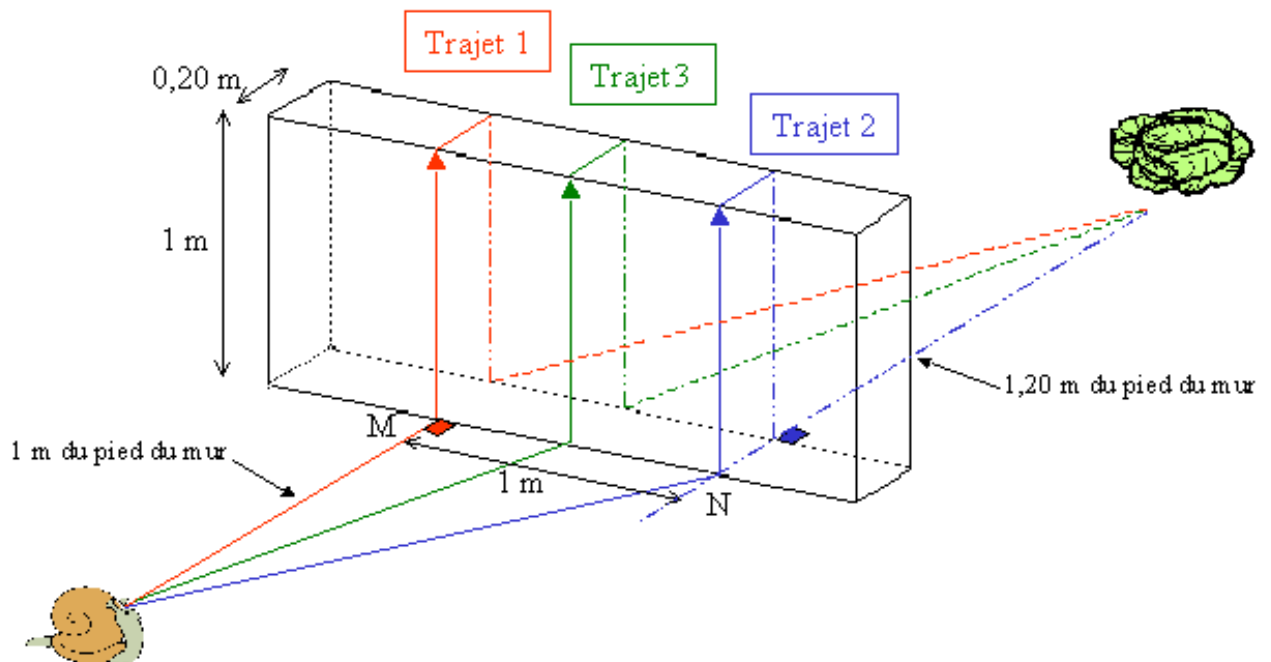
Quel est le rapport du volume d'une sphère au volume d'un cube dont les sommets sont situés sur cette sphère ?

On admet que le centre O du cube est aussi celui de la sphère.

Dessin réalisé en 1990 par P. Daudin avec les moyens de l'époque.

Exercice n°8

5 points

DÉLICE DU LIMAÇON

L'escargot et la salade se trouvent de part et d'autre d'un très long mur de 1 mètre de hauteur et de 20 cm d'épaisseur. Les deux perpendiculaires au pied du mur sont distantes de 1 mètre. L'escargot se trouve à 1 mètre du pied du mur et la salade à 1,20 m du pied du mur (de l'autre côté) ; il veut atteindre la salade.

1° Quelles distances parcourt l'escargot en empruntant le trajet 1, en empruntant le trajet 2 ?

2° Le trajet 3 passe exactement au milieu de [MN]. Quelle est la longueur de ce trajet ?

3° En construisant "une maquette", trouver le trajet le plus court que doit parcourir l'escargot pour se rendre à cette salade et calculer sa longueur.

Les valeurs approchées des distances seront données au millimètre près.